

**Parcijalni ispit, 23.11.2011.**

GRUPA A

1. Naći  $n$  tako da šesti član razvoja binoma  $\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{\sqrt[5]{x^4}}{3}\right)^n$  ne sadrži  $x$ .

2. Diskutovati rang matrice  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 & 2 \\ 3 & 2 & -16 & 16 \\ 1 & 2 & \alpha & -4 \\ 4 & 5 & -5 & \beta \end{bmatrix}$  za razne vrijednosti parametara

$\alpha$  i  $\beta$ .

3. Izračunati  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(2n - \sqrt{8n^3 - 1})$ .

GRUPA B

1. Dokazati metodom matematičke indukcije:  $12 \mid (3n^4 - 14n^3 + 21n^2 - 10n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .
2. Riješiti sistem jednačina i diskutovati rješenja sistema u zavisnosti od parametra:

$$ax - y - 2z = -1$$

$$x + ay + z = 1$$

$$-x + 3y + 3z = a.$$

3. Izračunati  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n+1)^2}{2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n-2)^2}$ .

GRUPA C

1. Izračunati vrijednost determinante  $D = \begin{vmatrix} 1 & \varepsilon^2 & \varepsilon^2 \\ \varepsilon^2 & \varepsilon^4 & 1 \\ \varepsilon^2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  ako je  $\varepsilon = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ .

2. Riješiti matricnu jednačinu  $AXB^{-1} + A = 3I + XB^{-1}$ , ako je

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Izračunati  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} \right)$ .